

# ESTIMACION DEL P.B.I. INDUSTRIAL MEDIANTE SERIES RELACIONADAS (\*)

Jorge L. Cortigiani\*  
Ernesto V. Feldman\*

## 1. INTRODUCCION

Como parte integrante del cómputo de los principales agregados macroeconómicos, el Banco Central efectúa, trimestralmente, estimaciones del producto bruto interno generado por el sector industrial. Estas estimaciones están disponibles aproximadamente con 45 días de retraso, es decir, un mes y medio luego de finalizado cada trimestre calendario.

Por otra parte, muchas de las evaluaciones de las condiciones económicas actuales y las predicciones del futuro curso de la economía descansan en parte en la consideración de los niveles y cambios recientes en el P.B.I. industrial. Estos usos del producto no solo requieren estimaciones confiables y actualizadas, sino que también sugieren la necesidad de contar con estimaciones de periodicidad menor que la trimestral.

El propósito de este trabajo es analizar la posibilidad de realizar estimaciones provisionales mensuales del P.B.I. industrial, a partir de un conjunto de indicadores de sectores o productos manufactureros que el Depar

(\*) Para la elaboración de este trabajo se utilizaron datos del P.B.I. del sector manufacturero, calculados con precios de 1960. Actualmente se han recalculado con precios de 1970. Una versión preliminar de este trabajo fue presentada en el "Primer Congreso Regional Latinoamericano de la Econometric Society" (Buenos Aires, julio 1980). Los autores agradecen los comentarios recibidos en esa reunión y la colaboración de los integrantes del Cuerpo de Análisis y Coordinación Estadística del BCRA. (\*) Cuerpo de Análisis y Coordinación Estadística, Gerencia de Investigaciones y Estadísticas Económicas.

tamento de Actividad Industrial del Banco Central obtiene mensualmente, entre 7 y 10 días luego de finalizado cada mes calendario. La contribución agregada de este conjunto de indicadores al P.B.I. manufacturero, estimado a precios de 1960, es cercana al 20%. La nómina de los mismos se detalla en Anexo.

En la primera parte del trabajo se analiza la estructura estacional de las series. La detección del componente estacional y la subsecuente elaboración de series desestacionalizadas reviste especial interés para el análisis de la coyuntura, tanto para aislar adecuadamente la tendencia de la producción industrial como para interpretar la evolución de la actividad entre trimestres sucesivos.

La relación entre los indicadores y las estimaciones trimestrales del P.B.I. industrial, así como la naturalza de las diferencias entre ambas, se explora en la segunda parte. Estas relaciones se utilizan en la tercera parte para sugerir procedimientos de predicción mensual del P.B.I. industrial trimestral, y para obtener una serie mensual del P.B.I. industrial para la década del 70. Esta información ofrece, en primera instancia, interés para el análisis económico, puesto que abre la posibilidad de realizar investigaciones que vinculen variables reales y monetarias, para las cuales se cuenta con series mensuales. Los resultados empíricos obtenidos pueden, en segunda instancia, convertirse también en elementos de juicio para evaluar el impacto de la adopción de medidas en las áreas fiscal y monetaria.

En la última parte se discuten procedimientos de estimación y predicción alternativos que podrían mejorar la bondad de las estimaciones obtenidas.

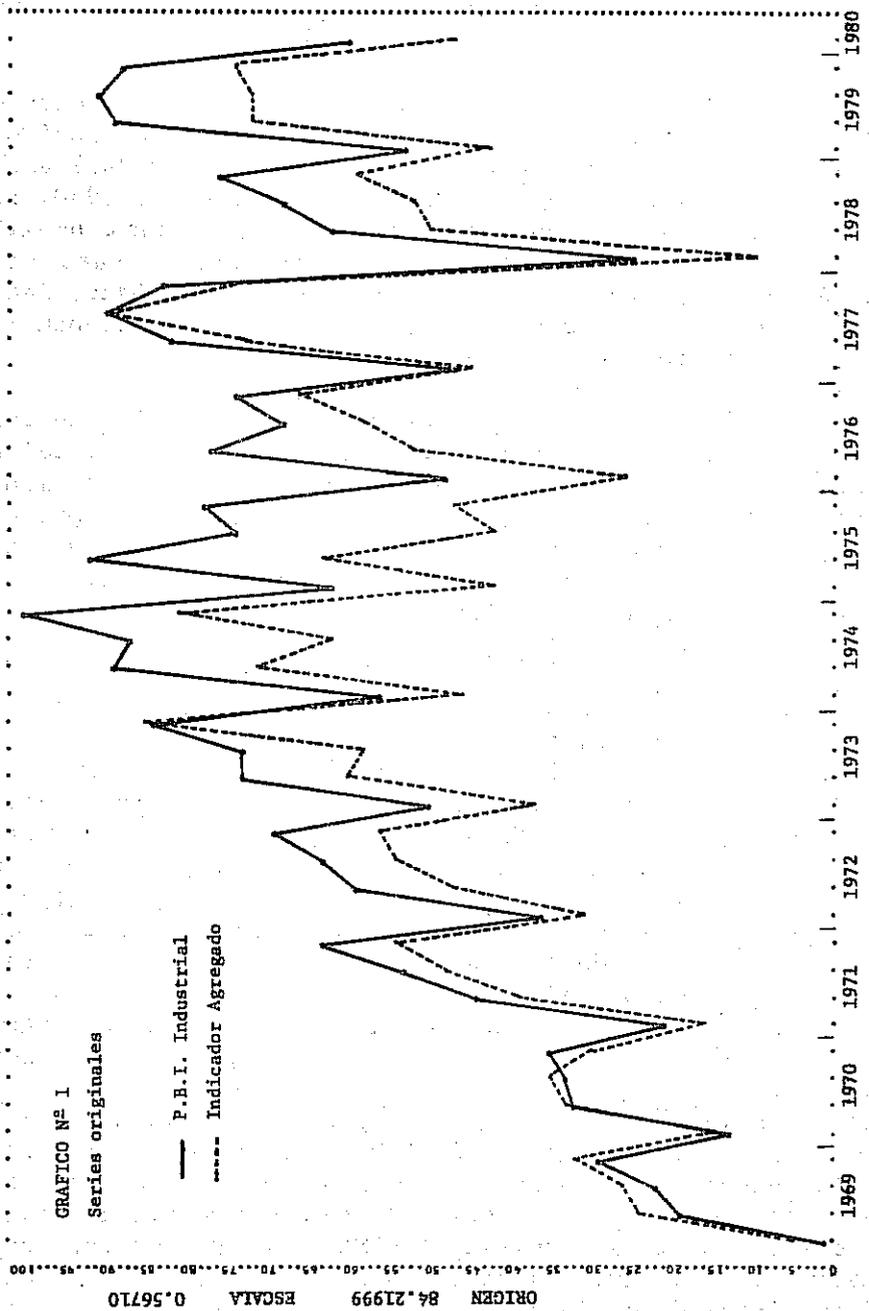
## 2. AJUSTE ESTACIONAL

La serie del P.B.I. manufacturero total se presenta como índices trimestrales con base año 1970 = 100,0 en el Cuadro N<sup>o</sup> 1. En el caso de los indicadores, se construye

ron índices mensuales para cada uno de los productos o sectores, también con base 1970 = 100,0, y se elaboró un índice agregado en el que cada indicador individual está ponderado por los sueldos y salarios pagados en 1960. En el Cuadro N° 2 se presenta el indicador agregado mensual. Se trata entonces de índices de volumen físico que, siguiendo la metodología actual empleada en el Banco Central para el cómputo de las Cuentas Nacionales, tienen como ponderadores los precios de 1960.

En el Gráfico N° 1 se muestran las series índice del P.B.I. industrial e indicador agregado trimestral, calculado como promedio aritmético simple del agregado mensual. Se observa en este gráfico que ambas series poseen componentes estacionales importantes, aparentemente estocásticos e inestables, es decir, factores estacionales que pueden cambiar en ambas direcciones y a tasas variables de un año al siguiente.

Los métodos usuales de estimación de componentes estacionales que varían en amplitud y fase se basan en procedimientos de suavizamiento lineal, particularmente el Método II del Bureau of the Census de los Estados Unidos, variante X-11. Los filtros implícitos en este tipo de procedimientos son simétricos para los valores intermedios de las series y asimétricos para los valores iniciales y finales de la misma, introduciendo errores sistemáticos en la estimación de los factores estacionales y de la tendencia para estos valores; dichos errores se corrigen gradualmente a medida que se agregan observaciones. Dagum (1975 y 1978) propuso una modificación al X-11 para reducir estos errores en la estimación de los valores recientes y en la predicción de los factores estacionales. Esta técnica, denominada X-11 ARIMA, consiste simplemente en extender la serie original con uno o dos años de predicciones obtenidas a partir de un modelo autoregresivo-promedios móviles integrado (ARIMA), y posteriormente utilizar el X-11 para desestacionalizar la serie así extendida, lográndose, de esta manera, estimaciones más confiables para los últimos datos.



2.1. X-11 ARIMA del P.B.I. industrial

Las etapas usuales de identificación, estimación y diagnóstico aplicado a la serie P.B.I.I., en adelante de nominada  $Y_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, 45$  conducen al siguiente modelo:

$$(1 - B^4) (1 - B) Y_t = (1 - 0.62 B^4) a_t,$$

$$\hat{\sigma}_a = 5.045,$$

donde  $B^k Y_t = Y_{t-k}$ . El intervalo de confianza para el parámetro de promedios móviles es (0,36; 0,87). No hay autocorrelación en los residuos, de acuerdo con sus errores estándares, y  $Q(12) = 5,8$ , mientras que los valores críticos de  $\chi^2$  con 11 grados de libertad, 10% y 5% de nivel de significación, son 17,3 y 19,7, respectivamente.

Utilizando este modelo se generaron dos años de predicciones para  $Y_t$ . La serie resultante, de 53 observaciones, fue ajustada por el X-11, modelo multiplicativo.

El test de estacionalidad es significativo:  $F = 244,5$ ; los cocientes de los totales anuales entre la serie original y la ajustada por estacionalidad son todos iguales a uno, y la contribución relativa de los componentes al cambio porcentual en la serie original es la siguiente:

Irregular	Ciclo-Tendencia	Estacionalidad	Total
2,69	4,88	92,43	100,0

Además, el correlograma del componente irregular no puede distinguirse del correspondiente a un ruido blanco.

Un análisis adicional de la bondad del ajuste estacional puede obtenerse mediante el estudio espectral de la serie. Aunque este tipo de análisis requiere en general muestras con mayor cantidad de observaciones que las disponibles para obtener estimaciones eficientes, puede utilizarse para detectar posibles efectos indeseables en el ajuste estacional. El Gráfico N<sup>o</sup> 2 muestra la densidad espectral de la serie original y de la serie ajustada por estacionalidad mediante X-11-ARIMA. Se observa la "forma espectral típica" de muchas series económicas, con picos en las frecuencias estacionales. Si bien hay alguna pérdida de nivel en la serie, los picos estacionales no son reemplazados por depresiones en las frecuencias correspondientes.

No obstante, aunque la coherencia entre la serie original y la ajustada por estacionalidad muestra valores muy próximos a uno en las frecuencias bajas, oscila alrededor de 0,5 para las frecuencias medias y altas, indicando que los componentes correspondientes a estas frecuencias son afectados por el mecanismo de ajuste estacional.

Por otra parte, el X-11, en su versión estandar produce dos modificaciones por puntos extremos: el valor del segundo trimestre de 1975, 136,27, se modifica por 132,32, y el valor del primer trimestre de 1978, 97,99, se modifica por 104,93. En lo que sigue se adoptan estas dos modificaciones.

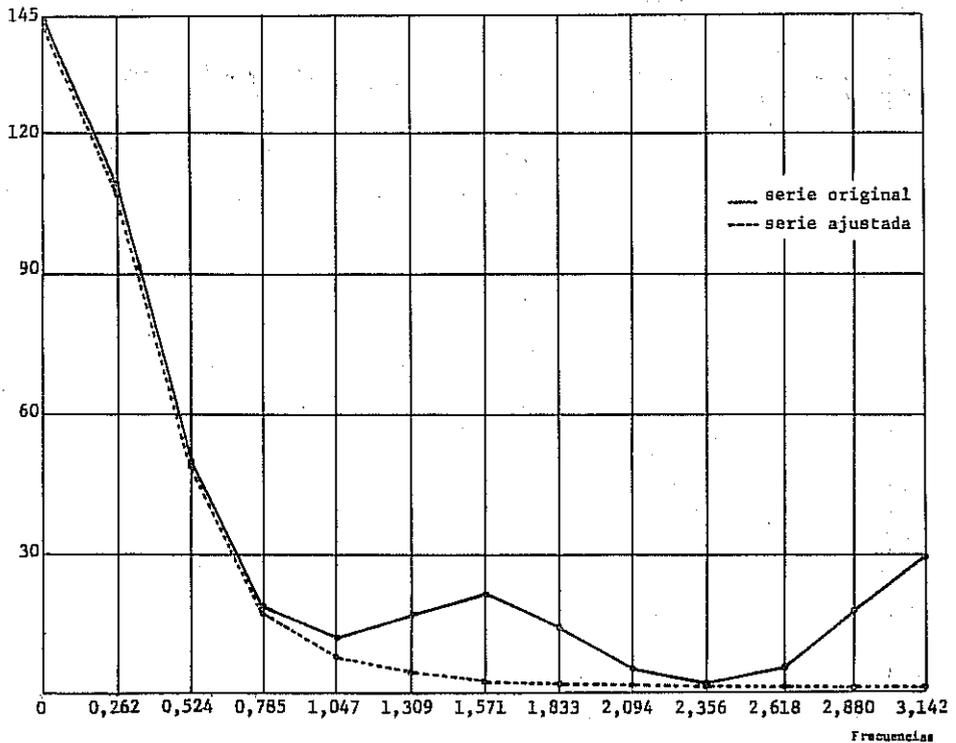
Desde el punto de vista de coyuntura económica la exclusión de ambos puntos extremos parece justificada. En el segundo trimestre de 1975 el nivel de actividad económica en general y el del sector industrial en particular están distorsionadas por el impacto de la política de precios administrados y de expansión incontrolada de la oferta monetaria; en ese contexto de expectativas fuertemente inflacionarias se produjo una aceleración y anticipación de las decisiones de consumo.

La anormal caída del P.B.I.I. en el primer trimestre

de 1978 refleja el ajuste que se produjo en el mercado de bienes ante la fuerte restricción monetaria que operó en los últimos meses de 1977 y que indujo, hasta enero de 1978, un alza sin precedentes de las tasas nominales de interés.

La descomposición del P.B.I.I. se muestra en el Gráfico N° 3 (serie original, factores estacionales y tendencia).

GRAFICO N° 2  
DENSIDAD ESPECTRAL P.B.I. INDUSTRIAL





La estabilización de la tendencia del P.B.I. Industrial a los niveles que había alcanzado a mediados de la década de los años 70 es una de las características sobresalientes de la descomposición. La estructura estacional de la actividad manufacturera es altamente significativa, observándose cambios en los últimos años, especialmente en los factores estacionales correspondientes al segundo y tercer trimestre. Esta marcada estacionalidad del producto manufacturero en la Argentina requiere, quizás, una consideración más detallada.

## 2.2. X-11-ARIMA del Indicador agregado

Un análisis similar al efectuado para el P.B.I.I. conduce al siguiente modelo para el indicador agregado trimestral,  $X_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, 45$ ,

$$(1 - B^4) (1 - B) X_t = (1 - 0,83 B^4) b_t,$$

$$\hat{\sigma}_b = 6,85,$$

con un intervalo de confianza del 95% de (0,62; 1,04), y  $Q(12) = 6,22$ .

Utilizando este modelo, se generaron dos años de predicciones para  $X_t$ . La serie extendida, de 53 datos, fue ajustada por el X-11, modelo multiplicativo. El resultado de este ajuste es también similar al obtenido para  $Y_t$ . En este caso,  $F = 109,6$ , los cocientes anuales entre la serie ajustada y la original son todos iguales a uno, y la contribución relativa de los componentes es la siguiente:

Irregular	Ciclo-Tendencia	Estacionalidad	Total
8,14	6,93	84,93	100,0

El análisis espectral del indicador agregado no difiere del correspondiente al P.B.I.I., aunque los picos estacionales son reemplazados por depresiones leves y los componentes correspondientes a las frecuencias altas muestran una mayor alteración de la coherencia.

Las modificaciones por puntos extremos que se adoptan son las siguientes:

Cuarto trimestre: 1973: 132,13 se reemplaza por 125,58;

Primer trimestre: 1978: 89,44 se reemplaza por 99,25;

Segundo trimestre: 1978: 112,30 se reemplaza por 108,25.

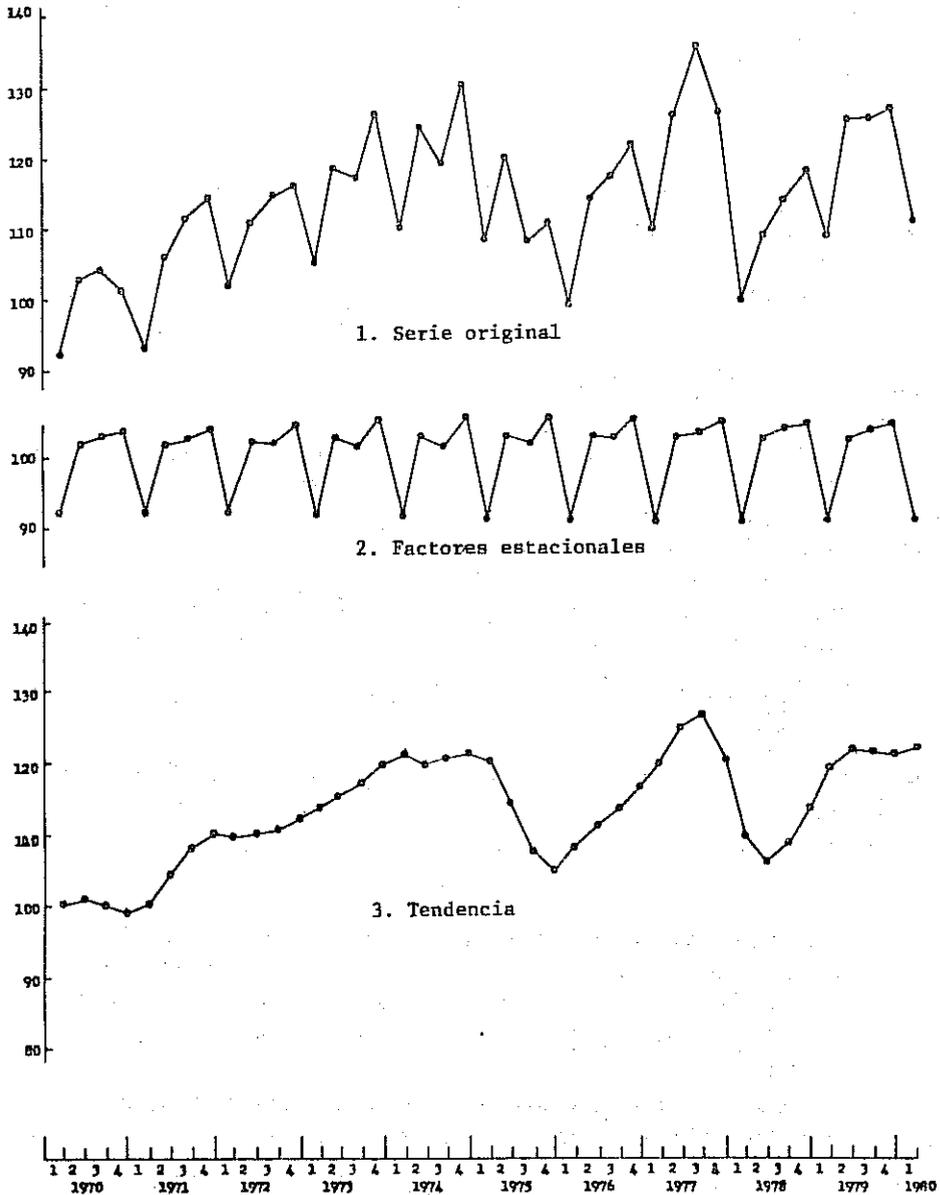
La descomposición del indicador agregado se muestra en el Gráfico N° 4 (serie original, factores estacionales y tendencia).

Es evidente la similitud entre esta descomposición y la del P.B.I.I., aunque se observan algunas diferencias, especialmente en los valores iniciales y finales de la tendencia.

### 3. RELACION ENTRE P.B.I. INDUSTRIAL E INDICADOR AGREGADO

En esta sección se estudia la relación entre el P.B.I.I. y el indicador agregado trimestral, con el propósito de obtener estimaciones provisionales de esa periodicidad. En la primera parte se explora la relación implícita en los modelos ARIMA obtenidos en la sección anterior, y en la segunda se obtiene una aproximación mediante mínimos cuadrados.

GRAFICO N° 4  
DESCOMPOSICION INDICADOR AGREGADO



### 3.1. Análisis Bivariado de Series de Tiempo

Son conocidos los inconvenientes que produce la descomposición de una serie en estacionalidad, tendencia y componente irregular, o simplemente el ajuste por estacionalidad por los métodos convencionales, incluido el X-11 en sus diferentes versiones.

En general, no hay una única forma de efectuar la descomposición, y el mismo método de ajuste se aplica a todas las series, independientemente de sus propiedades estadísticas. A veces no toda la estacionalidad se elimina, a veces se extraen también otros componentes, por ejemplo, residuales o de tendencia. Por otra parte, las predicciones pueden ser ineficientes debido precisamente a la descomposición en partes estacionales y no estacionales.

En contraste, los modelos ARIMA no solo describen todos los componentes bajo un único modelo global, que admite estacionalidad y tendencia estocásticas, sino que también el análisis bivariado de los residuos de los modelos (prewhitening) permite una formulación parsimoniosa de las relaciones dinámicas entre las series, y una mejor identificación y estimación de la estructura del error.

Los residuos de los modelos univariados para  $Y_t$  y  $X_t$  presentados en la sección anterior permiten medir la reducción en la varianza residual que se obtiene al introducir  $X_t$  en el modelo para  $Y_t$ , y obtener una primera aproximación a la estructura del error para el modelo bivariado.

El correlograma cruzado entre estos residuos tiene un valor grande y positivo para  $k = 0$ , y valores pequeños para otros  $k$ , de modo que la interrelación entre  $a_t$  y  $b_t$  es sólo contemporánea, sin adelantos ni rezagos.

Combinando con los modelos univariados se obtiene la siguiente función de transferencia inicial:

$$Z_t = \frac{(0,64 - 0,40 B^4)}{(1 - 0,83 B^4)} W_t + (1 - 0,62 B^4) c_t,$$

donde  $Z_t = (1 - B^4) (1 - B) Y_t$ ,  $W_t = (1 - B^4) (1 - B) X_t$ ,  
y  $c_t$  es un término de error.

Después de algunas iteraciones de ajuste y diagnóstico, eliminando términos de poca importancia, el modelo converge a la siguiente función de transferencia final:

$$Z_t = \frac{\begin{matrix} (0,064) \\ 0,63 \\ (0,096) \end{matrix}}{1 - 0,25 B^4} W_t + \begin{matrix} (1 - 0,63 B^4) \\ (0,14) \end{matrix} c_t,$$

$$\hat{\sigma}_c = 2.27$$

donde los números entre paréntesis son los errores estándares de los coeficientes. Los tests de diagnóstico, autocorrelación de los residuos y correlación cruzada entre los residuos de la función de transferencia y los residuos del modelo univariado para  $X_t$  ( $c_t$  y  $b_t$ ), no son significativos

$$(n \sum_{k=1}^{20} r_c^2 = 13,3 \text{ y } n \sum_{k=0}^{20} r_{cb}^2 = 12,6, \text{ mientras que}$$

los valores de  $X^2$  con 19 grados de libertad, 10% y 5% de nivel de significación, son 27,2 y 30,1, respectivamente).

Además, la matriz de correlaciones entre las estimaciones de los parámetros de la función de transferencia es casi ortogonal, como se puede apreciar en la siguiente tabla, indicando la bondad del diseño.

CORRECCION ENTRE LOS PARAMETROS DE LA  
FUNCION DE TRANSFERENCIA

	Numerador	Denominador	Promedio móvil
Numerador	1,00		
Denominador	- 0,08	1,00	
Promedio móvil	0,05	0,01	1,00

Si se compara la varianza de los residuos de la función de transferencia con la varianza de los residuos del modelo univariado para  $Y_t$ , se observa una reducción en la varianza residual del 80%, lo que muestra la capacidad del indicador agregado trimestral para anticipar el P.B.I. manufacturero trimestral, más allá de la capacidad predictiva de la historia del P.B.I.

### 3.2. Una aproximación

Teniendo en cuenta el número de observaciones con el que se estimó la función de transferencia en 3.1., ésta debe ser actualizada y reestimada trimestralmente. La falta de autocorrelación en los residuos y otros tests de diagnóstico no significativos, indican simplemente que, dada la longitud disponible de las series, no se detectan aspectos inadecuados en el modelo. Con mayor longitud de las series, estos aspectos podrían tornarse evidentes.

Por lo tanto, desde un punto de vista puramente operativo, parece relevante considerar aproximaciones a la función de transferencia que faciliten la actualización trimestral.

El correlograma cruzado entre los residuos univaria

dos y la forma particular de la función de transferencia, permiten deducir dos posibles procedimientos de aproximación lineal: entre las series estacionarias ( $Z_t$  y  $W_t$ ), y entre las series originales ( $Y_t$  y  $X_t$ ). En este informe sólo se considera esta última posibilidad.

La regresión lineal simple entre las series originales modificadas por puntos extremos, de acuerdo al procedimiento del X-11 mencionado en la sección anterior, es la siguiente:

$$\hat{Y}_t = -16,25 + 1,20 X_t$$

(7,61)      (0,068)

El error típico de estimación es 4,856, el coeficiente de correlación al cuadrado 0,88, y el Durbin-Watson es  $d = 0,51$ , de modo que los números entre paréntesis no son estimadores apropiados de los errores estándares. Se observan varios residuos extremos y hay inestabilidad en los coeficientes.

El correlograma y el correlograma parcial de los residuos de esta regresión, muestra una estructura de correlación que podría identificarse como un esquema autoregresivo de primer orden. Para estimarlo, se utilizó el procedimiento en dos etapas propuesto por Durbin (1960) 1/, obteniéndose, en la primera etapa,  $\hat{\rho} = 0,79$ . Con este valor de  $\hat{\rho}$  se transformaron los datos:  $(1 - \hat{\rho}^2)^{1/2}$  para el primer valor y  $(1 - \hat{\rho}^B)$  para los demás. La regresión final es la siguiente:

$$\hat{Y}_t = -0,46 + 1,057 X_t$$

(5,22)      (0,045)

con un error típico de estimación para los datos transformados de 2,93 y  $d = 2,08$ .

En este caso conviene considerar un test de correlación entre los errores de los trimestres correspondientes a años sucesivos, ya que los datos no han sido ajustados por estacionalidad y si hubiera efectos estacionales no captados por la variable independiente, como sugiere la estructura del error en la función de transferencia, podrían presentarse problemas de autocorrelación de cuarto orden. Con este propósito se calculó el estadístico  $d_4$ , (Wallis, 1972), resultando, para los datos transformados,  $d_4 = 1,5$ . Al comparar este valor con los valores críticos tabulados por Wallis en la referencia ya citada se observa que no es significativo al 5% (valor crítico = 1,34). No obstante, el mayor valor en el correlograma de los residuos es  $r_4 = 0,27$ , pero con el número de observaciones disponibles no es posible distinguir, con los errores estándares, este correlograma del correspondiente a un proceso puramente aleatorio, de modo que se adopta, como aproximación, la ecuación con errores autoregresivos de primer orden.

El coeficiente del indicador agregado no es significativamente distinto de 1. Para los fines propuestos, especialmente para la obtención de estimaciones mensuales del P.B.I.I., es importante analizar la estabilidad de este coeficiente.

Si se ajustan regresiones sucesivas de longitud creciente, por ejemplo, de la observación 1 a la observación 15, de la 1 a la 16, etc., hasta la regresión completa, es decir, de la observación 1 hasta la 45, el coeficiente de  $X_t$  cambia entre 0,97 y 1,07, mostrando una significativa estabilidad. Si se utilizan los residuos recursivos derivados de estas regresiones sucesivas, el test basado en la suma de dichos residuos no rechaza la hipótesis de la estabilidad en los coeficientes, al menos al 10% de significación.

También se calcularon regresiones móviles de longitud 15, 20, 25, 30, 35 y 40 observaciones. Por ejemplo, para longitud 15, la primera regresión incluye las obser

vaciones 1 a 15, la segunda 2 a 16, etc., y la última 31 a 45. Tampoco aquí se observan cambios sustanciales en el coeficiente, al mismo tiempo que la varianza de los residuos para cada regresión da una idea aproximada de la estabilidad de la varianza. En este caso, no hay razones para dudar del supuesto de varianza constante.

Al mismo tiempo, estas regresiones permiten estudiar el comportamiento de los errores de predicción para regresiones con diferente número de datos, observándose que aquéllos tienden a disminuir a medida que se agregan observaciones.

Estos resultados permiten concluir, tentativamente, que las diferencias entre el P.B.I. manufacturero y el indicador agregado se comportan, aproximadamente, como un proceso autoregresivo de primer orden.

#### 4. PREDICCIÓN Y MENSUALIZACIÓN

Tanto la función de transferencia como la aproximación por mínimos cuadrados pueden brindar estimaciones provisionales del P.B.I.I. trimestral, cada vez que se disponga del indicador agregado de esa periodicidad. Al mismo tiempo si se desean estimaciones del P.B.I.I. ajustado por estacionalidad, pueden obtenerse aplicando a estas estimaciones provisionales los factores estacionales del X-11, calculados mediante el procedimiento descrito en la Sección 2.

En la primera parte de esta sección se discute el problema de predecir mes a mes el P.B.I.I. trimestral en base al indicador mensual. En la segunda, se estima el producto manufacturero mensual para la década del 70.

##### 4.1. Predicciones mensuales del P.B.I. Trimestral

Un enfoque consiste en predecir primero el indicador

trimestral, y combinar estos resultados con los obtenidos mediante los métodos de estimación de la sección anterior.

Con este propósito se identificó y estimó el siguiente modelo para el indicador agregado mensual,  $x_{t,s}$ ,  $s = 1, 2, 3$  para cada  $t$ ,

$$(1 - B^{12}) (1 - B) x_{t,s} = (1 - 0,23 B - 0,62 B^{12}) b_{t,s},$$

$$(0,076) \quad (0,074)$$

$$\hat{\sigma}_{b_s} = 4,85$$

con  $Q(20) = 16,7$ , mientras que el valor crítico de  $\chi^2$  con 18 grados de libertad y 10% de nivel de significación es 25,99. Por otra parte, la correlación entre las estimaciones de los parámetros de promedios móviles es sólo de - 0,11.

Este modelo permite generar predicciones del indicador mensual, y para calcular las del indicador trimestral,  $X_t$ , simplemente se promedian las predicciones mensuales correspondientes.

Para ilustrar este procedimiento y obtener una idea aproximada del comportamiento de las predicciones, se calcularon las correspondientes al P.B.I.I., segundo trimestre de 1980, cuyo valor observado es de 125,41. En la tabla siguiente se muestran los errores de predicción.

ERRORES DE PREDICCIÓN SEGUNDO TRIMESTRE DE 1980

		Errores de predicción en base a datos de:		
		Abril	Mayo	Junio
Indicador mensual	Mayo	- 3,35(2,75%)	-	-
	Junio	- 8,52(7,43%)	1,48(1,29%)	-
Indicador Trimestral		- 3,96(3,34%)	- 1,98(1,67%)	-
PBI Ind. Trimestral	Función Transferencia	- 3,46(2,76%)	- 2,23(1,78%)	- 1,03(0,82%)
	Aproximación	- 3,69(2,94%)	- 1,59(1,27%)	0,47(0,37%)
Entre paréntesis, porcentaje de error con respecto al valor observado.				

En la primera columna de la tabla aparecen los errores de predicción que se cometen cuando solo se dispone del dato de abril, es decir, los errores en la predicción de los indicadores de mayo y junio, el error en la predicción del indicador trimestral, y los errores en la predicción del P.B.I.I., según se utilice la función de transferencia o la aproximación por mínimos cuadrados. Similarmente, en la segunda columna aparecen los errores que se cometen cuando se dispone de los datos de abril y mayo, y por último, en la tercera columna, los errores en la predicción del P.B.I.I. una vez que se observa el indicador agregado trimestral.

Se observa una cierta tendencia a sobreestimar el índice, pero debe tenerse en cuenta las características particulares del segundo trimestre. En efecto, no resulta evidente que fuese posible anticipar una caída del índice del 6,9%, con respecto a igual trimestre de 1979, si se tiene en cuenta que este último creció un 13% comparado con el segundo trimestre de 1978, y que el primer trimestre de 1980 creció un 3% con respecto a igual período de 1979.

De cualquier manera es necesario contar con una mayor cantidad de observaciones para juzgar la performance de los procedimientos propuestos y evaluar la posibilidad de mejorar las predicciones mediante la combinación óptima de los mismos.

#### 4.2. Estimación del Producto Manufacturero Mensual

Sea  $y_{t,s}$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ ,  $s = 1, 2, 3$  para cada  $t$ , la serie que representa el P.B.I.I. mensual del que solo se dispone de los datos trimestrales  $Y_t$ , es decir,

$$Y_t = \frac{1}{3} \sum_{s=1}^3 y_{t,s}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (1)$$

Similarmente, el indicador agregado mensual  $x_{t,s}$ , promedia trimestralmente  $X_t$ . Si se denomina  $y$  al vector compuesto de los 3 T elementos de la serie  $y_{t,s}$ ,  $Y$  al vector compuesto de los T elementos de la serie trimestral,  $C$  a la matriz que transforma los datos mensuales en trimestrales, es decir,  $Y = C y$ , y  $x$  a la matriz de orden  $3 T \times 2$  con filas  $(1, x_{t,s})$ , de rango 2, entonces se supone que

$$y = x \beta + u, \quad (2)$$

$$Y = C x \beta + C u = X \beta + U, \quad (3)$$

donde  $\beta$  es un vector de parámetros desconocidos,  $u$  es un vector aleatorio con media cero y matriz de varianzas  $V$ , definida positiva,  $U$  es un vector aleatorio con media ce ro, y matriz de varianzas y covarianzas  $W = CVC'$ .

Se desea estimar el P.B.I.I. mensual, a partir de sus valores trimestrales y de los valores mensuales del indi cador agregado, es decir, se desea estimar  $y$  en el modelo lineal (2) a partir de la observación del modelo lineal (3) y de  $x$ . De (3) se puede estimar  $\beta$  insesgadamente, y una primera solución al problema de estimar  $y$  es

$$\hat{y} = x \hat{\beta}. \quad (4)$$

Este estimador no satisface la relación de agrega ción,

$$Y - C \hat{y} = Y - X \hat{\beta} = \hat{U} \neq 0.$$

Por otra parte, el estimador (4) estima  $E(y)$  en lu gar de estimar  $y$ . Es claro que para evaluar a los estima dores de  $y$  y debería utilizarse

$$\text{Var} (\hat{y} - y) = E ((\hat{y} - y) (\hat{y} - y)') . \quad (5)$$

Estas consideraciones llevan naturalmente a la búsqueda de un estimador de  $y$ ,  $\hat{y}$ , que satisfaga  $C \hat{y} = Y$ , y que constituya una mejora, en términos de eficiencia, con respecto a  $\hat{y}$ .

Una clase sencilla de estimadores que puede satisfacer estos requerimientos es la siguiente:

$$\left\{ \hat{y} : \hat{y} = \hat{y} + A^{-1} C' (C A^{-1} C')^{-1} (Y - C \hat{y}) \right\}, \quad (6)$$

donde  $A$  es una matriz simétrica, definida positiva, de orden  $3 T$ , a especificar. Esta clase corresponde a la minimización de la forma cuadrática  $(\hat{y} - \hat{y})' A (\hat{y} - \hat{y})$ , sujeta a la restricción  $C \hat{y} = Y$ , de modo que los estimadores  $\hat{y}$  son iguales al estimador inicial,  $\hat{y}$ , más una combinación lineal de las discrepancias entre los valores observados y los estimados en los datos trimestrales.

La traza de la matriz  $\text{Var} (\hat{y} - y)$  es un mínimo  $2/$  si  $A = V^{-1}$ , y el estimador resultante,

$$\hat{y}^* = \hat{y} + V C' W^{-1} \hat{U}, \quad (7)$$

es el mejor lineal insesgado.

Se observa que la segunda parte de (7) es una estimación de  $u$ , obtenida a partir de  $\hat{U}$ , y que sustituye a los residuos del modelo mensual,  $\hat{u} = y - x\hat{\beta}$ .

El estimador (7) requiere el conocimiento de  $V$ , la matriz de varianzas y covarianzas del vector aleatorio  $u$ . En la práctica  $V$  es desconocida y no puede ser estimada directamente, ya que los residuos del modelo lineal (2) no son observables.

Es posible utilizar un procedimiento indirecto 3/ para estimar  $V$ , basado en el concepto de series autoagregadas, que relaciona la estructura del error de  $U$  con la posible estructura de  $u$ . No obstante, no disponemos de la cantidad de observaciones necesarias para identificar y estimar eficientemente esta relación, de modo que se prefiere otras elecciones para la matriz  $A$  que faciliten el cálculo de las estimaciones preliminares de  $y$ .

Entre otras elecciones posibles para  $A$  4/, preferimos una que trata de evitar saltos artificiales y discontinuidades en la distribución del error, es decir,

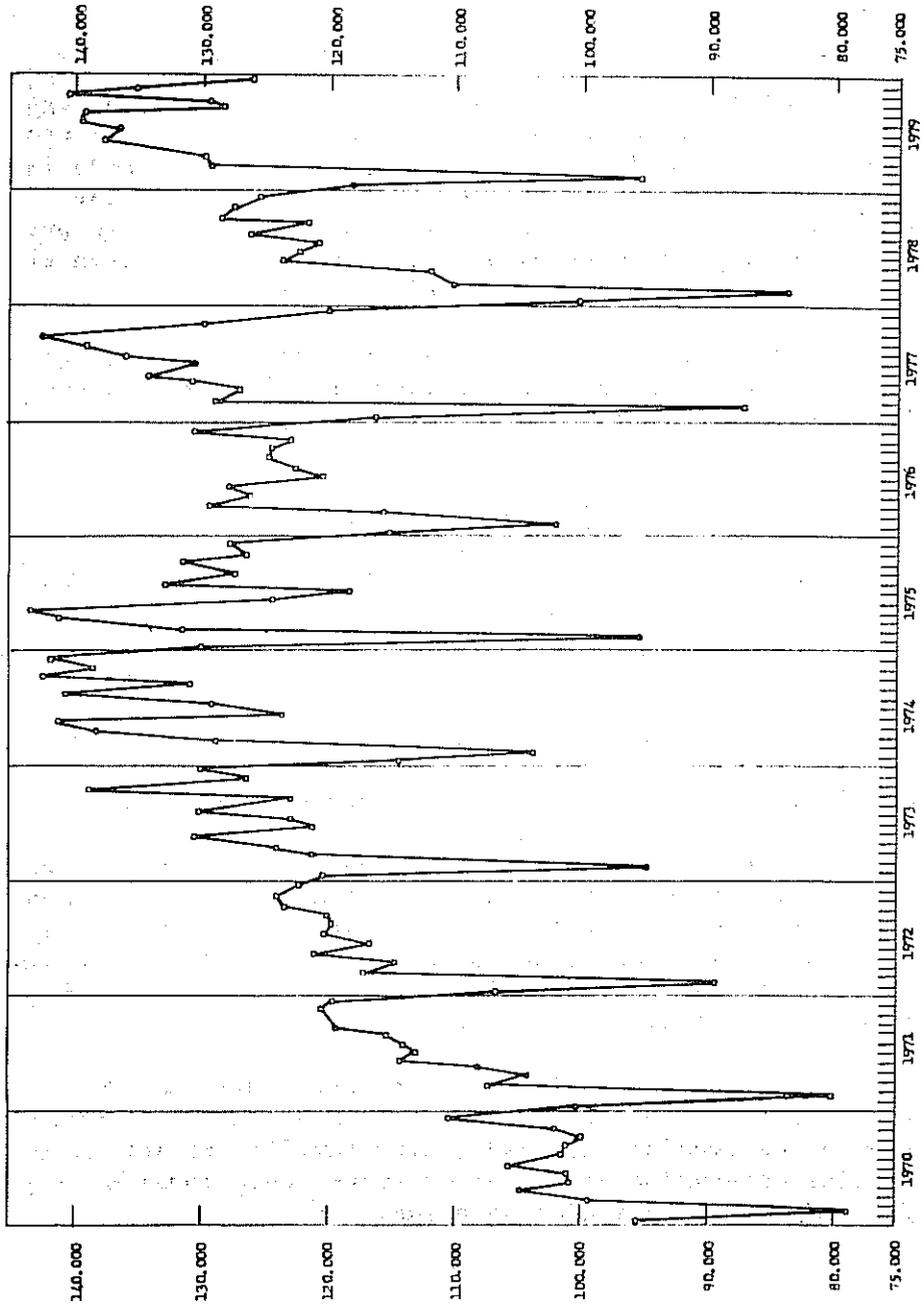
$$A = \Delta' \Delta, \Delta = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para calcular (6) con esta elección de  $A$  es necesario la inversión de dos matrices, de órdenes  $3 T \times 3 T$  y  $T \times T$ , pero se dispone de expresiones explícitas 5/.

El método descrito fue aplicado a los datos del Cuadro N<sup>o</sup> 2, con los coeficientes de la ecuación adoptada en 3.2., obteniéndose estimaciones del Producto Bruto Interno Industrial Mensual, desde enero de 1970 a diciembre de 1979, inclusive. Estas estimaciones se muestran en el Gráfico N<sup>o</sup> 5 y en el Cuadro N<sup>o</sup> 3.

Es necesario recalcar el carácter preliminar de estas cifras, no solo por la naturaleza aproximativa del método de estimación utilizado, sino también por las diferencias observadas en las estructuras estacionales del P.B.I.I. y del indicador agregado.

GRAFICO Nº 5  
P.B.I. INDUSTRIAL MENSUAL  
Enero 1970-Diciembre 1979



## 5. CONCLUSIONES

La conclusión principal de este trabajo es que el indicador agregado puede utilizarse como estimación provisional del producto manufacturero. Es también indudable que se pueden obtener mejores estimaciones que las aquí desarrolladas. Por ejemplo, el uso de métodos robustos resulta casi indispensable si se considera el período en el que se analizan los datos, caracterizados por cambios bruscos y frecuentes en la evolución del P.B.I.I., con numerosas observaciones extremas.

Por último, un supuesto básico presente en todo el análisis realizado es que las ponderaciones utilizadas para construir el indicador agregado son óptimas. Sin embargo, es claro que éste no es necesariamente el caso, ya que como se señaló en la introducción, estas ponderaciones se deducen de los sueldos y salarios pagados en 1960.

Las ponderaciones podrían ser deducidas directamente mediante un procedimiento de selección de variables independientes, ya que no estamos seguros de que sea necesario incluir a todos los sectores en la ecuación que representa a los datos.

Un criterio apropiado para la selección de variables, especialmente cuando estas variables pueden estar muy correlacionadas, es el denominado  $C_p$  de Mallows 6/, que mide el error cuadrático total. De acuerdo con este criterio, aumentar términos en la ecuación puede reducir los sesgos, pero quizás a expensas de aumentar la varianza total de predicción.

En este sentido, se han obtenido algunos resultados preliminares, que no se incluyen en este informe, y que indicarían que el mínimo  $C_p$  se obtiene con solo siete u ocho sectores, y que las ponderaciones resultantes son diferentes a las utilizadas en la construcción del indicador agregado.

Este parece ser un enfoque promisorio para mejorar las estimaciones y predicciones del P.B.I.I.

## ANEXO

NOMINA DE LOS PRODUCTOS QUE INTEGRAN EL  
INDICADOR AGREGADO

1. Producción de acero bruto.
2. Producción de ácido sulfúrico total.
3. Producción de automóviles.
4. Producción de cemento portland total.
5. Producción de cerveza.
6. Producción de hierro primario.
7. Producción de laminados en caliente.
8. Procesamiento de petróleo.
9. Producción de polietileno.
10. Producción de tractores total.
11. Producción de vehículos comerciales.
12. Venta de ganado ovino para faena en Avellaneda.
13. Venta de ganado porcino para faena en Liniers.
14. Venta de ganado vacuno para faena, total país.

C U A D R O    N<sup>o</sup> 1P.B.I. INDUSTRIAS MANUFACTURERAS

Indice Base 1970:100

Año	T r i m e s t r e s			
	I	II	III	IV
1969	84.22	94.95	96.68	100.40
1970	91.13	102.13	102.68	104.05
1971	95.86	109.13	113.95	119.68
1972	104.37	117.39	119.86	123.15
1973	112.06	125.16	125.39	131.79
1974	115.61	134.34	133.52	140.93
1975	118.92	136.27	126.09	128.40
1976	110.90	127.64	122.48	125.84
1977	110.75	130.63	135.18	130.78
1978	97.99	119.25	122.78	127.01
1979	114.24	134.68	135.62	133.85
1980	117.80			



## P.B.I. INDUSTRIAL

Año	M E S E S											
	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Setiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
1970	95.36	78.79	99.24	104.71	100.76	100.92	105.55	101.42	101.06	99.86	101.94	110.35
1971	100.26	80.09	107.23	104.36	108.78	114.25	112.76	113.91	115.19	119.23	120.40	119.41
1972	106.65	89.33	117.13	114.77	120.91	116.49	120.08	119.63	119.88	123.34	123.92	122.18
1973	120.39	94.69	121.11	123.93	130.47	121.07	122.74	130.66	122.76	138.73	126.30	130.10
1974	114.26	103.71	128.86	138.23	141.25	123.54	129.10	140.66	130.80	142.35	138.61	141.83
1975	129.96	95.43	131.37	141.17	143.37	124.26	118.25	132.87	127.14	131.35	126.34	127.50
1976	115.19	101.99	115.52	129.33	126.04	127.55	120.45	122.46	124.53	124.37	122.77	130.38
1977	116.17	87.18	128.90	126.97	130.66	124.26	130.50	135.93	139.12	142.56	129.79	119.99
1978	100.07	83.82	110.08	111.82	123.61	122.33	120.76	126.08	121.50	128.33	127.37	125.33
1979	118.01	95.35	129.36	129.85	137.67	136.52	139.50	139.16	128.20	140.41	135.23	125.91

- 1/ Un estudio de Griliches y Rao (1969) evalúa la performance de este procedimiento para muestras chicas.
- 2/ Chow y Lin (1971).
- 3/ Una descripción del mismo puede verse en Cortigiani (1980).
- 4/ Ver, por ejemplo, Fernández (1978) y Chow y Lin (1971).
- 5/ Ver Blanco de Dieguez y Cortigiani (1978).
- 6/ Una descripción de este criterio se puede encontrar en Daniel y Wood (1971).

## Referencias Bibliográficas

- BLANCO DE DIEGUEZ, M. y CORTIGIANI, J.L. (1978). Distribución Lineal de Series Económicas, Ensayos Económicos, N° 6, 5-22.
- CHOW, G.C., and LIN, A. (1971). Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution and Extrapolation of Time Series by Related Series, Review of Economics and Statistics, L III, 372-375.
- CORTIGIANI, J.L. (1980). Estimación del P.B.I. mediante Series Relacionadas. Una propuesta metodológica. Gerencia de Investigaciones y Estadísticas Económicas, BCRA, N° 5.
- DAGUM, E.B. (1975). Seasonal Factor Forecasts from ARIMA Models, Proceedings of the International Institute of Statistics, Contributed Papers. Warsaw, 40th Session, 206-219.
- DAGUM, E.B. (1978). Estimation of Changing Seasonal Variations in Economic Time Series, Survey Sampling and Measurement, (N.K. Namhoojiri, ed.) PP. 217-228, Academic Press, Inc.
- DANIEL, C. and WOOD, F.C. (1971). Fitting Equations to Data, John Wiley & Sons, Inc.
- DURBIN, J. (1960). Estimation of Parameters in Time-Series Regression Models, Journal of the Royal Statistical Society, Series B. Vol. 22. 139-153.
- FERNANDEZ, R.B. (1978). Alternative Approaches to the Estimation of Short-Term Economic Indicators. International Monetary Fund, D.M./39.
- GRILICHES, Z. and RAO, P. (1969). Small Sample Properties of Several Two Stage Regression Methods in the Context of Autocorrelated Errors, Journal of the Royal Statistical Society, vol. 64, 253-272.
- WALLIS, K.F. (1972). Testing for fourth order autocorrelation in quarterly regression equations, Econometrica, Vol. 40, 617-636.